Алгебра 2.04-4.04

параграф 27 читаем параграф, разбираем примеры, 27.1-27.5 +ЕГЭ

1. Задачи, приводящие к понятию производной

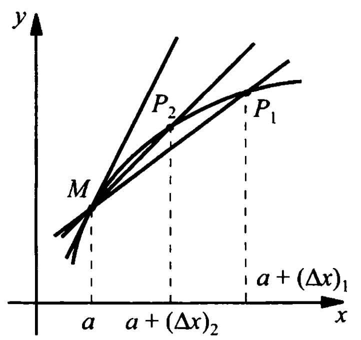
Задача 1. Мгновенная скорость движения

Рассмотрим физическую задачу на определение *мгновенной* скорости движения. Пусть точка движется по прямой и ее координата x в момент времени t равна $S(t)$. Предполагаем, что движение происходит непрерывно и плавно (как в реальной жизни). Возникает задача: по известной зависимости $S(t)$ определить скорость $V(t)$, с которой движется точка в момент времени t (такая скорость называется *мгновенной*).

Если зависимость $S(t)$ *линейная*, то задача имеет простое решение: в любой момент времени скорость есть отношение пройденного пути ко времени. Если движение *неравномерное*, то *решение* задачи *усложняется*. Сначала найдем среднюю скорость за промежуток времени Δt от t_0 до $t_0 + \Delta t$. Эта скорость $V_{\text{ср}}(\Delta t)$ равна $\dfrac{\Delta S}{\Delta t}$. Очевидно, если Δt очень мало, то за такой промежуток времени скорость практически не меняется. Поэтому средняя скорость $V_{\text{ср}}(\Delta t)$ почти не отличается от мгновенной скорости $V_{\text{мгн}}(t_0)$. Тогда возникает следующий способ вычисления мгновенной скорости – надо найти $V_{\text{ср}}(\Delta t)$ и определить, к какому значению она стремится, если Δt практически равно нулю, т. е. $V_{\text{мгн}}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} V_{\text{ср}}(\Delta t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$.

Задача 2. Касательная к графику функции

Практически все рассматриваемые в школе функции имеют графики, представляющие собой *гладкие кривые*. Рассмотрим поведение таких кривых. Для этого еще раз вернемся к рисунку предыдущего урока.



Рассмотрим график функции $y = f(x)$ и точки $M(a; f(a))$, $P_1(a+(\Delta x)_1;$ $f(a+(\Delta x)_1)$, $P_2(a+(\Delta x)_2)$, $f(a+(\Delta x)_2)$, принадлежащие графику. Через точки M и P_1, M и P_2 проведем секущие MP_1 и MP_2.

При небольших значениях Δx секущие MP_1 и MP_2 мало отличаются от соответствующих дуг. Видно, что с уменьшением Δx различие между секущей и дугой уменьшается. Очевидно, что при стремлении положения точек P_1 и P_2 к положению точки M секущие MP_1 и MP_2 становятся *касательными*. Таким образом, при x, близких к a, график функции $f(x)$ *практически совпадает* с графиком касательной, проведенной в точке a. Поэтому необходимо знать *поведение* такой *касательной*, т. е. *уравнение касательной*. Координаты одной точки касательной известны – это точка $(a; f(a))$. Остается определить угловой коэффициент k касательной, т. е. $k = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

5.25. Решите уравнение $\sqrt{x^2+8}=2x+1$.

5.26. Решите уравнение $\sqrt{6-4x-x^2}=x+4$.

5.27. Решите уравнение $2^{2x+1}=4$.

5.28. Решите уравнение $3^{x-5}=\frac{1}{9}$.

№27.6-27.9 + ЕГЭ

5.16. Решите уравнение $\frac{x^2-10x+24}{x-6}=4{,}3$.

5.17. Решите уравнение $x+1=\sqrt{9+2x-x^2}$.

5.18. Решите уравнение $2x=\sqrt{4-x+x^2}$.

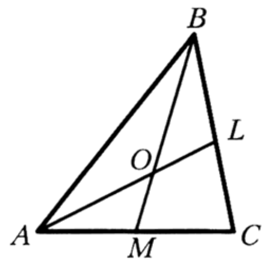
№ 27.10- 27.14 + ЕГЭ

12.58. При движении ракеты для неподвижного наблюдателя её длина, измеряемая в метрах, изменяется по закону $l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0=25$ м — длина неподвижной ракеты, $c=3\cdot10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в километрах в секунду). При какой минимальной скорости ракеты её наблюдаемая длина станет не более 24 м?

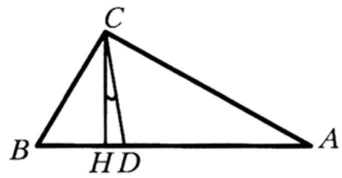
12.59. Количество вещества при радиоактивном распаде в момент времени t вычисляется по формуле $M=m_0 2^{-t/T}$, где m_0 — начальное количество вещества, T — период полураспада. Период полураспада радиоактивного изотопа углерода ^{14}C — 5 730 лет. При археологических раскопках было найдено дерево, содержание ^{14}C в котором составляет 70,7 % от нормального. Сколько полных веков исполнилось дереву?

Геометрия
239-241 пункт 30 Усеченная пирамида

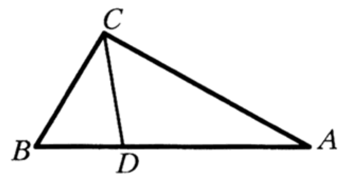
6.47. В треугольнике ABC угол C равен 76°, AL и BM — биссектрисы углов A и B, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB (в градусах).



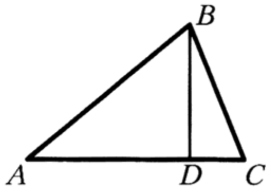
6.48. В прямоугольном треугольнике ABC с углом B, равным 56°, проведены высота CH и биссектриса CD. Найдите угол DCH (в градусах).



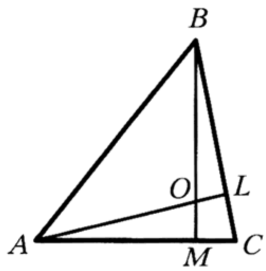
6.49. В прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса CD, причём величины углов BDC и ADC относятся как 2 : 3. Найдите величину угла A (в градусах).



6.50. Высота BD треугольника ABC делит противоположную сторону на части: $AD = 9$, $CD = 5$. Найдите длину стороны AB, если площадь треугольника равна 86.



6.51. В треугольнике ABC угол C равен 75°, AL и BM — высоты треугольника, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB (в градусах).



6.52. Диагонали AC и BD ромба $ABCD$ равны соответственно 24 и 18. Найдите высоту ромба, опущенную из вершины B на сторону CD.